

JKR 接線モデルの数式解説 (tangential_model_jkr_tan.h)

Open DEM Japan

2025年6月29日

接触面法線単位ベクトルを \hat{n} , 相対接線速度を \mathbf{v}_{tr} , 履歴剪断変位を $\boldsymbol{\xi}$, 法線弾性力 (粘性減衰抜き) を F_n と置く. JKR 理論に基づく仕事量 w と有効半径 R_{eff} を用いる.

$$\boldsymbol{\xi}(t + \Delta t) = \boldsymbol{\xi}(t) + \mathbf{v}_{tr}\Delta t - [(\boldsymbol{\xi}(t) + \mathbf{v}_{tr}\Delta t) \cdot \hat{n}] \hat{n}, \quad (1)$$

$$\xi = \|\boldsymbol{\xi}\|. \quad (2)$$

線形接線ばね

$$\mathbf{F}_t^{\text{spring}} = -k_t \boldsymbol{\xi}, \quad (3)$$

ただし k_t は接線ばね定数.

■JKR 付着力 有効半径

$$R_{\text{eff}} = \begin{cases} R_i, & \text{壁と球の場合,} \\ \frac{R_i R_j}{R_i + R_j}, & \text{球対球の場合,} \end{cases} \quad (4)$$

付着に起因する引張り限界力

$$F_c = \frac{3}{2} \pi w R_{\text{eff}}. \quad (5)$$

法線方向の**接触力** (粘性を除いた純弾性成分) を

$$F_n^{\text{contact}} = F_n + \gamma_n v_n, \quad (6)$$

とすると, 実効法線荷重

$$F_n^* = F_n^{\text{contact}} + 2F_c. \quad (7)$$

F_n^* は押し込み時には F_n^{contact} を強化し, 引張り時には付着が残留して正值を維持する.

■摩擦限界

$$F_t^{\text{max}} = \mu |F_n^*|, \quad (8)$$

$$F_t^{\text{spring}} = k_t \xi. \quad (9)$$

■静止～滑り判定

(A) 静止摩擦 $F_t^{\text{spring}} \leq F_t^{\text{max}}$ のとき

$$\mathbf{F}_t = \mathbf{F}_t^{\text{spring}} - \gamma_t \mathbf{v}_{\text{tr}}, \quad (10)$$

ここで γ_t は接線粘性係数.

(B) 滑り摩擦 $F_t^{\text{spring}} > F_t^{\text{max}}$ のとき

$$\xi \leftarrow \xi \frac{F_t^{\text{max}}}{k_t \xi}, \quad (11)$$

$$\mathbf{F}_t = -F_t^{\text{max}} \frac{\xi}{\xi}. \quad (12)$$

■発熱 (オプション) ダッシュポット項や剪断縮小による散逸パワー

$$P_{\text{vis}} = \gamma_t \mathbf{v}_{\text{tr}} \cdot \mathbf{v}_{\text{tr}}, \quad (13)$$

$$P_{\text{slip}} = \frac{(k_t \xi - F_t^{\text{max}})(k_t \xi + F_t^{\text{max}})}{k_t \Delta t}, \quad (14)$$

を計算し, heating_tangential_history=yes のとき粒子/壁に加算する.

■トルク 球体半径 R_i, R_j に対し

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_i &= -R_i \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{F}_t, \\ \boldsymbol{\tau}_j &= -R_j \hat{\mathbf{n}} \times (-\mathbf{F}_t). \end{aligned} \quad (15)$$

非球形粒子は接触点 \mathbf{x}_c と重心との差 $\mathbf{r}_{i,j}$ を使い $\boldsymbol{\tau}_{i,j} = \mathbf{r}_{i,j} \times (\pm \mathbf{F}_t)$ とする.

■まとめ 式 (??) - (??) が tangential_model_jkr_tan.h のアルゴリズムを完全に表現する. JKR 付着 (式 (??)) を摩擦限界の有効荷重 (式 (??) - (??)) へ組み込むことで, 粒子間の粘着性が接線摩擦挙動へ自然に波及する. これにより, 付着粒子の静止～滑り遷移, エネルギー散逸, およびトルク発生が一貫した枠組みで解析可能となる.