

インクリメンタル履歴タンジェンシャルモデルの数式解説 (tangential_model_incremental_history.h)

Open DEM Japan

2025年6月29日

本モデルでは剪断変位を逐次差分で積算しながらその都度接線力を更新する。オプション TRACK_TANGENTIAL_OVERLAP が有効な場合は剪断変位 ξ も履歴保存されるが、本質的な手順は以下に示す式 (??)-(??) に要約される。

相対接線速度 \mathbf{v}_{tr} 、接触法線単位ベクトル $\hat{\mathbf{n}}$ 、直前時刻の接線ばね定数 $k_{t,old}$ 、直前時刻の法線弾性力 $F_{n,old}$ を準備する。現在値は k_t 、 F_n とする。

まず微小時間 Δt における剪断変位インクリメント

$$\Delta \xi = \mathbf{v}_{tr} \Delta t, \quad (1)$$

を得る。TRACK_TANGENTIAL_OVERLAP 使用時は

$$\xi \leftarrow \xi + \Delta \xi, \quad (2)$$

$$\xi \leftarrow \xi - (\xi \cdot \hat{\mathbf{n}}) \hat{\mathbf{n}}, \quad (3)$$

によって常に接触平面内へ射影される。

接線力履歴 \mathbf{F}_t に対し、まず同様の射影を行う

$$\mathbf{F}_t \leftarrow \mathbf{F}_t - (\mathbf{F}_t \cdot \hat{\mathbf{n}}) \hat{\mathbf{n}}. \quad (4)$$

ばね定数変化による再スケーリング法線重なりが緩和して F_n が減少し、ばね定数が変化した場合

$$\mathbf{F}_t \leftarrow \mathbf{F}_t \frac{k_t}{k_{t,old}}, \quad \text{if } (F_n - F_{n,old}) < 0, k_{t,old} > 0, k_t \neq k_{t,old}. \quad (5)$$

接線力のインクリメンタル更新線形ばね・粘性ダッシュポットより

$$\mathbf{F}_t \leftarrow \mathbf{F}_t - k_t \Delta \xi - \gamma_t \mathbf{v}_{tr}, \quad (6)$$

ここで γ_t は接線減衰係数。

クーロン限界による縮小

$$F_t^{\max} = \mu |F_n|, \quad (7)$$

$$F_t = \|\mathbf{F}_t\|. \quad (8)$$

もし $F_t > F_t^{\max}$ ならば

$$\mathbf{F}_t \leftarrow \mathbf{F}_t \frac{F_t^{\max}}{F_t}. \quad (9)$$

トルク球形粒子半径 R_i, R_j の場合

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}_i &= -R_i \hat{\boldsymbol{n}} \times \boldsymbol{F}_t, \\ \boldsymbol{\tau}_j &= -R_j \hat{\boldsymbol{n}} \times (-\boldsymbol{F}_t).\end{aligned}\tag{10}$$

非球形粒子であれば接触点 \boldsymbol{x}_c と各重心との差 $\boldsymbol{r}_{i,j}$ を用い $\boldsymbol{\tau}_{i,j} = \boldsymbol{r}_{i,j} \times (\pm \boldsymbol{F}_t)$ とする.

式 (??)-(??) が `tangential_model_incremental_history.h` における主要演算の全容である. 剪断力を直接履歴保存しつつ, ばね定数変動に合わせたスケーリング (式 (??)) を行うことでインクリメンタル手法固有の力的不連続を抑制し, クーロン限界 (式 (??)) による静止~滑り遷移を数値安定に実装している.