

タンジェンシャル履歴潤滑モデルの数式解説 (tangential_model_history_lubricated.h)

Open DEM Japan

2025年6月29日

本モデルは粒子間接触における接線（タンジェンシャル）相互作用を、線形ばね-ダッシュポットとクーロン摩擦を組み合わせて表現するものである。また液体潤滑効果を取り入れるために、最小間隙厚さによって摩擦係数を切り替える機構を備える。以下では実装を逐次、教科書体で数式化して示す。

■1. 剪断変位（履歴）の時間積分 接触平面内剪断変位ベクトル ξ は、相対接線速度 v_{tr} を用いて

$$\xi(t + \Delta t) = \xi(t) + v_{tr}\Delta t - [(\xi(t) + v_{tr}\Delta t) \cdot \hat{n}] \hat{n}, \quad (1)$$

で更新される。右端第3項により法線方向成分が除去され、常に接触平面内へ射影される。

■2. 剪断変位の大きさ

$$\xi = \|\xi\|. \quad (2)$$

■3. 接線ばね力 線形ばね仮定より

$$F_t^{\text{spring}} = -k_t \xi, \quad (3)$$

ここで k_t は接線ばね定数である。

■4. 潤滑ギャップに基づく摩擦係数の切替え 接触中最小間隙 h_{\min} としきい値 σ_h を比較し

$$\mu = \begin{cases} \mu_{\text{lub}}, & h_{\min} > \sigma_h, \\ \mu_0, & h_{\min} \leq \sigma_h, \end{cases} \quad (4)$$

と定める。潤滑層が厚いとき ($h_{\min} > \sigma_h$) 静摩擦係数が低減される。

■5. クーロン限界

$$F_t^{\text{max}} = \mu |F_n|, \quad (5)$$

ただし F_n は法線方向弾性力である。

■6. せん断弾性力の矯正 弾性力の大きさ

$$F_t^{\text{spring}} = k_t \xi \quad (6)$$

が式 (5) を超える場合には滑り状態と判定し、

$$\xi \leftarrow \xi \frac{F_t^{\text{max}}}{k_t \xi}, \quad F_t = -F_t^{\text{max}} \frac{\xi}{\xi}. \quad (7)$$

一方, $F_t^{\text{spring}} \leq F_t^{\text{max}}$ の静止摩擦状態ではダッシュポット項を加え

$$\mathbf{F}_t = \mathbf{F}_t^{\text{spring}} - \gamma_t \mathbf{v}_{\text{tr}}, \quad (8)$$

とする. ここで γ_t は接線減衰係数である.

■7. トルク 球体同士の場合, 粒子半径 R_i を用いて

$$\boldsymbol{\tau}_i = -R_i \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{F}_t, \quad \boldsymbol{\tau}_j = -R_j \hat{\mathbf{n}} \times (-\mathbf{F}_t), \quad (9)$$

とし, 非球形粒子では接触点 \mathbf{x}_c と重心 \mathbf{x}_i の差 $\mathbf{r}_i = \mathbf{x}_c - \mathbf{x}_i$ を用い

$$\boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_t, \quad \boldsymbol{\tau}_j = \mathbf{r}_j \times (-\mathbf{F}_t). \quad (10)$$

■8. 壁粒子間の面積補正 壁との接触では有効接触面積比 α を考慮し,

$$\mathbf{F}_t^{\text{wall}} = \alpha \mathbf{F}_t, \quad \boldsymbol{\tau}^{\text{wall}} = \alpha \boldsymbol{\tau}_i. \quad (11)$$

式 (1) - (11) が `tangential_model_history_lubricated.h` における主要計算ステップを数学的に表したものである. 接線履歴を保存しつつ, 潤滑効果を簡潔に摩擦係数へ反映させることで, 液膜を介した粒子-粒子相互作用の基礎的特徴を再現している.