

タンジェンシャル履歴モデルの数式解説 (tangential_model_history.h)

Open DEM Japan

2025年6月29日

粒子間接触における接線（タンジェンシャル）相互作用を，線形ばね-ダッシュポット模型とクーロン摩擦で記述し，履歴的な剪断変位を保持することで，静止摩擦と滑り遷移を正確に扱う．さらにオプションとして剪断弾性エネルギーや散逸エネルギーを計算し，熱発生（heating）を考慮できる．以下に主要アルゴリズムを数式化する．

接触法線単位ベクトルを \hat{n} ，相対接線速度を \mathbf{v}_{tr} ，剪断履歴ベクトルを $\boldsymbol{\xi}$ とする．

$$\boldsymbol{\xi}(t + \Delta t) = \boldsymbol{\xi}(t) + \mathbf{v}_{tr}\Delta t - [(\boldsymbol{\xi}(t) + \mathbf{v}_{tr}\Delta t) \cdot \hat{n}] \hat{n}, \quad (1)$$

$$\xi = \|\boldsymbol{\xi}\|. \quad (2)$$

線形接線ばね

$$\mathbf{F}_t^{\text{spring}} = -k_t \boldsymbol{\xi}, \quad (3)$$

ここで k_t は接線ばね定数．

静摩擦係数 μ は材料定数で一定とし，クーロン限界

$$F_t^{\text{max}} = \mu |F_n|, \quad (4)$$

ただし F_n は法線弾性力である．

ばね力の大きさ

$$F_t^{\text{spring}} = k_t \xi. \quad (5)$$

滑り判定と力の修正

1. 静止摩擦状態 ($F_t^{\text{spring}} \leq F_t^{\text{max}}$)

$$\mathbf{F}_t = \mathbf{F}_t^{\text{spring}} - \gamma_t \mathbf{v}_{tr}, \quad (6)$$

ここで γ_t は接線減衰係数．

2. 滑り状態 ($F_t^{\text{spring}} > F_t^{\text{max}}$)

$$\boldsymbol{\xi} \leftarrow \boldsymbol{\xi} \frac{F_t^{\text{max}}}{k_t \xi}, \quad (7)$$

$$\mathbf{F}_t = -F_t^{\text{max}} \frac{\boldsymbol{\xi}}{\xi}. \quad (8)$$

散逸パワー

ダッシュポット散逸

$$P_{\text{vis}} = \gamma_t \mathbf{v}_{\text{tr}} \cdot \mathbf{v}_{\text{tr}}, \quad (9)$$

滑り散逸

$$P_{\text{slip}} = \frac{(k_t \xi - F_t^{\text{max}})(k_t \xi + F_t^{\text{max}})}{k_t \Delta t}, \quad (10)$$

熱発生オプションが有効な場合, P_{vis} または P_{slip} が粒子あるいは壁に帰属され, 全散逸パワー P_{diss} に加算される.

接線弾性エネルギー (オプション)

$$U_t = \frac{1}{2} k_t \xi^2, \quad (11)$$

弾性ポテンシャルの時間積分は接触履歴に格納される.

トルク

球体粒子半径 R_i, R_j の場合

$$\boldsymbol{\tau}_i = -R_i \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{F}_t, \quad \boldsymbol{\tau}_j = -R_j \hat{\mathbf{n}} \times (-\mathbf{F}_t), \quad (12)$$

非球形粒子では

$$\boldsymbol{\tau}_i = (\mathbf{x}_c - \mathbf{x}_i) \times \mathbf{F}_t, \quad \boldsymbol{\tau}_j = (\mathbf{x}_c - \mathbf{x}_j) \times (-\mathbf{F}_t). \quad (13)$$

壁接触補正

壁との接触では面積比 α を用い

$$\mathbf{F}_t^{\text{wall}} = \alpha \mathbf{F}_t, \quad \boldsymbol{\tau}^{\text{wall}} = \alpha \boldsymbol{\tau}_i. \quad (14)$$

式 (1)–(14) は `tangential_model_history.h` における接線履歴モデルの核心演算を厳密に表している. 履歴剪断変位の保持により静止摩擦が実現され, 必要に応じて散逸熱や弾性ポテンシャルを評価できるため, 粒子-粒子/粒子-壁相互作用のエネルギー収支解析に有用である.