

EPSD3 転がり抵抗モデルの数式解説 (rolling_model_epsd3.h)

Open DEM Japan

2025年6月29日

粒子 i と j (または粒子と剛壁) が正規接触しながら相対転がり回転を伴うとき, EPSD3 モデルは

Elastic spring + Plastic clip (Coulomb) + Dashpot

という 3 要素系で転がり抵抗トルクを与える。壁の場合は j を固定体とする。

■ 有効半径

$$R^* = \frac{R_i R_j}{R_i + R_j}, \quad (\text{壁相手では } R^* = R_i). \quad (1)$$

正規力は正規モデルから

$$F_n = k_n \delta_n. \quad (2)$$

■ 相対角速度

$$\boldsymbol{\omega}_{ij} = \begin{cases} \boldsymbol{\omega}_i - \boldsymbol{\omega}_j & (\text{粒子対}) \\ \boldsymbol{\omega}_i & (\text{粒子-壁}) \end{cases}, \quad \mathbf{e}_n = \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j}{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|}. \quad (3)$$

torsionTorque=false (既定) なら法線ねじり成分を除外し

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_r = R^* (\boldsymbol{\omega}_{ij} - (\boldsymbol{\omega}_{ij} \cdot \mathbf{e}_n) \mathbf{e}_n), \quad \omega_r = \|\dot{\boldsymbol{\xi}}_r\|; \quad (4)$$

true の場合は $\dot{\boldsymbol{\xi}}_r = R^* \boldsymbol{\omega}_{ij}$ とする。

■ 弾性ばねトルク入力係数 $\mu_r = \text{coeffRollFrict}_{ij}$, $\kappa_r = \text{coeffRollStiffness}$ から

$$k_r = \kappa_r k_n \mu_r^2 R^{*2}, \quad (5)$$

$$\mathbf{M}_r^{\text{spr}}(t + \Delta t) = \mathbf{M}_r^{\text{spr}}(t) + k_r \dot{\boldsymbol{\xi}}_r \Delta t. \quad (6)$$

■ クーロン塑性制限

$$M_{\max} = \mu_r F_n R^*, \quad \|\mathbf{M}_r^{\text{spr}}\| > M_{\max} \implies \mathbf{M}_r^{\text{spr}} \leftarrow \frac{M_{\max}}{\|\mathbf{M}_r^{\text{spr}}\|} \mathbf{M}_r^{\text{spr}}. \quad (7)$$

塑性クリップが働いたステップではダッシュポット項を付加しない。

■ 粘性ダッシュポット縮約慣性 I_{red} を

$$I_{\text{red}} = \begin{cases} \frac{I_i R_j^2 + I_j R_i^2}{(R_i + R_j)^2} & \text{(球粒子)} \\ \left(I_i + m_i r_{ci}^2 \right)^{-1} + \left(I_j + m_j r_{cj}^2 \right)^{-1} & \text{(非球粒子)} \end{cases}, \quad (8)$$

と定義する (r_{ck} は接触点から粒子 k 重心までの距離)。入力 $\eta_r = \text{coeffRollVisc}_{ij}$ から

$$c_r = \eta_r 2\sqrt{I_{\text{red}} k_r}, \quad \mathbf{M}_r^{\text{dash}} = c_r \dot{\boldsymbol{\xi}}_r. \quad (9)$$

■ 総転がりトルク

$$\mathbf{M}_r = \mathbf{M}_r^{\text{spr}} + \mathbf{M}_r^{\text{dash}}. \quad (10)$$

`torsionTorque=false` の場合は $\mathbf{M}_r \leftarrow \mathbf{M}_r - (\mathbf{M}_r \cdot \mathbf{e}_n) \mathbf{e}_n$ でねじり成分を除去する。

■ 粒子の角運動方程式

$$I_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i = -\mathbf{M}_r + (\mathbf{r}_{ci} \times \mathbf{F}_t), \quad I_j \dot{\boldsymbol{\omega}}_j = +\mathbf{M}_r - (\mathbf{r}_{cj} \times \mathbf{F}_t), \quad (11)$$

ここで \mathbf{F}_t は接線力。壁相手では第 2 式を適用しない。

■ 履歴更新 $\mathbf{M}_r^{\text{spr}}$ の成分は式 (??) の途中値を `r_torque_old` に保存し、接触終了時には 0 にリセットして次回接触を初期状態から開始する。

以上、EPSD3 は硬さスケール係数 κ_r によりばね剛性を自由に調整可能とし、EPSD (ばね+ダッシュポット) と EPSD2 (ばねのみ) の中間的モデルとして柔軟な減衰特性を再現できる。