

# EPSD 転がり抵抗モデルの数式解説 (rolling\_model\_epsd.h)

Open DEM Japan

2025年6月29日

転がり摩擦を弾性ばね (Elastic spring), 塑性クリップ (Plastic limit), 粘性ダッシュポット (Dashpot) で表す EPSD (Elastic-Plastic Spring-Dashpot) モデルは, Iwashita-Oda 型転がり理論を LIGGGHTS に実装したものである。以下では粒子回転を  $\omega$ , 接触単位法線を  $e_n$  とし, 壁の場合は粒子  $j$  を固定体とみなす。

## ■ 有効半径と法線力

$$R^* = \frac{R_i R_j}{R_i + R_j} \quad (\text{壁相手では } R^* = R_i), \quad F_n = k_n \delta_n \quad (1)$$

ここで  $k_n$  と  $\delta_n$  は正規モデルから供給される。

## ■ 回転速度差と転がり速度

$$\omega_{ij} = \begin{cases} \omega_i - \omega_j & \text{粒子対} \\ \omega_i & \text{粒子-壁} \end{cases}, \quad (1)$$

$$\dot{\xi}_r = R^*(\omega_{ij} - (\omega_{ij} \cdot e_n)e_n), \quad \omega_r = \|\dot{\xi}_r\|. \quad (2)$$

## ■ 弾性ばねトルクばね定数は

$$k_r = 2.25 k_n \mu_r^2 R^{*2}, \quad (3)$$

$\mu_r$  は入力パラメタ `coeffRollFrict`(=  $\mu_r$ )。時間積分は

$$M_r^{\text{spring}}(t + \Delta t) = M_r^{\text{spring}}(t) + k_r \dot{\xi}_r \Delta t. \quad (4)$$

履歴項はヘッダ `r_torque_old` に保存される。

## ■ クーロン塑性制限

$$M_{\max} = \mu_r F_n R^*. \quad (5)$$

(4) で得た  $M_r^{\text{spring}}$  の大きさが  $|M_r^{\text{spring}}| > M_{\max}$  なら

$$M_r^{\text{spring}} \leftarrow \frac{M_{\max}}{|M_r^{\text{spring}}|} M_r^{\text{spring}},$$

とし, このときダッシュポット項は無効化される。

■ 粘性ダッシュポット塑性化していない場合限り

$$\mathbf{M}_r^{\text{dash}} = c_r \dot{\boldsymbol{\xi}}_r, \quad c_r = \eta_r 2\sqrt{I_{\text{red}} k_r}, \quad (6)$$

$\eta_r$  は coeffRollVisc,  $I_{\text{red}}$  は以下の縮約慣性モーメントである。

$$I_{\text{red}} = \begin{cases} \frac{I_i R_j^2 + I_j R_i^2}{(R_i + R_j)^2} & \text{(球粒子)} \\ (I_i + m_i r_{ci}^2)^{-1} + (I_j + m_j r_{cj}^2)^{-1} & \text{(非球粒子)} \end{cases}^{-1}, \quad (7)$$

$r_{ck}$  は接触点から粒子  $k$  の重心距離。

■ 総合トルク

$$\mathbf{M}_r = \mathbf{M}_r^{\text{spring}} + \mathbf{M}_r^{\text{dash}}. \quad (8)$$

オプション torsionTorque=false の場合は

$$\mathbf{M}_r \leftarrow \mathbf{M}_r - (\mathbf{M}_r \cdot \mathbf{e}_n) \mathbf{e}_n$$

で法線ねじり成分を除去する。

■ 方程式への適用

$$I_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i = -\mathbf{M}_r + (\mathbf{r}_{ci} \times \mathbf{F}_t), \quad I_j \dot{\boldsymbol{\omega}}_j = +\mathbf{M}_r - (\mathbf{r}_{cj} \times \mathbf{F}_t). \quad (9)$$

粒子 - 壁では第 2 式は作用しない。

■ 履歴リセット接触終了時に  $\mathbf{M}_r^{\text{spring}} = \mathbf{0}$  とし、ばね変位を消去して次回接触を初期状態から開始する。

以上の (1) - (9) により, EPSD モデルは (i) 弾性ばねで蓄積する転がり変位, (ii) クーロン制限による塑性ヒステリシス, (iii) 慣性に整合した粘性減衰, を統合し, 球粒子・非球粒子の双方でエネルギー散逸と回転挙動を実現する。