

CDT 転がり抵抗モデルの数式解説 (rolling_model_cdt.h)

Open DEM Japan

2025年6月29日

転がり摩擦を最も簡潔に表す Coulomb - Detachment Transition (CDT) モデルでは、球半径 R_i, R_j の粒子（あるいは粒子と剛壁）が接触円周を転がる際に、回転速度差に比例した抵抗トルクを法線ばね力でスケールリングして与える。接触点を結ぶ単位法線ベクトルを $\mathbf{e}_n = (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) / \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|$ とすると、まず有効半径

$$R^* = \begin{cases} \frac{R_i R_j}{R_i + R_j} & \text{粒子対} \\ R_i & \text{粒子-壁} \end{cases} \quad (1)$$

を定義する。正規方向の重なり δ_n とばね定数 k_n （正規モデルが供給）から法線ばね力

$$F_n = k_n \delta_n \quad (2)$$

を求める。

粒子角速度差

$$\boldsymbol{\omega}_{ij} = \begin{cases} \boldsymbol{\omega}_i - \boldsymbol{\omega}_j & \text{粒子対} \\ \boldsymbol{\omega}_i & \text{粒子-壁} \end{cases} \quad (3)$$

を接線成分に射影して転がり変位速度

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_r = R^* (\boldsymbol{\omega}_{ij} - (\boldsymbol{\omega}_{ij} \cdot \mathbf{e}_n) \mathbf{e}_n) \quad (4)$$

とし、その大きさを $\|\dot{\boldsymbol{\xi}}_r\| = \omega_r$ と書く。転がり摩擦係数 μ_r は入力パラメタ `coeffRollFrict` に等しい（型依存で与えられる）。

CDT モデルは粘弾性ばねを介さず Coulomb 型上限のみを課し、抵抗トルクの大きさを

$$M_{\max} = \mu_r F_n R^* \quad (5)$$

と定め、方向は $\dot{\boldsymbol{\xi}}_r$ に反対向きとすることで

$$\mathbf{M}_r = \begin{cases} -M_{\max} \frac{\dot{\boldsymbol{\xi}}_r}{\omega_r} & (\omega_r > 0) \\ \mathbf{0} & (\omega_r = 0) \end{cases} \quad (6)$$

を得る。

オプション `torsionTorque=false` のときは、法線ねじり成分を除去して純粋な転がり抵抗とする。

$$\mathbf{M}_r \leftarrow \mathbf{M}_r - (\mathbf{M}_r \cdot \mathbf{e}_n) \mathbf{e}_n. \quad (7)$$

粒子 i への角運動方程式は

$$I_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i = -\mathbf{M}_r + (\mathbf{r}_{ci} \times \mathbf{F}_t), \quad \mathbf{r}_{ci} = -R_i \mathbf{e}_n, \quad (8)$$

粒子 j には反作用トルク $+\mathbf{M}_r$ が加わる。ここで \mathbf{F}_t はせん断摩擦力である。壁相手の場合は反作用を壁へは加えず粒子側のみを更新する。式 (6)–(8) により、ばね・ダンパを省いた最小構造ながら、法線ばね力とユーザ設定係数に比例する転がり抵抗トルクが粒子の回転運動を減衰させ、接触破断時にはトルクが即座に 0 となるヒステリシスを自然に再現できる。