

# Luding 接触モデルの数式解説 (normal\_model\_luding.h)

Open DEM Japan

2025年6月29日

粒子半径を  $R_i, R_j$ , 質量を  $m_i, m_j$  とし, 重なり量を

$$\delta = R_i + R_j - r, \quad r = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\| \quad (1)$$

で定義する (圧縮方向を正)。壁の場合は  $R_j \rightarrow \infty$  とする。

■ まず有効量

$$R^* = \begin{cases} \frac{R_i R_j}{R_i + R_j} & \text{粒子対} \\ R_i & \text{粒子-壁} \end{cases}, \quad m^* = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} \quad (2)$$

を導入する。入力パラメタとして

$$k_{1,0}, \eta = \exp(\text{CoeffRestLog}), \lambda = \text{kn2k1}, \kappa = \text{kn2kc}, \phi_F, f_{\text{adh}},$$

が与えられる (コードでは `K_elastic`, `CoeffRestLog`, ... )。

弾性・減衰係数

$$k_1 = k_{1,0}, \quad k_2^{\text{max}} = \lambda k_1, \quad (3)$$

$$\gamma_n = \sqrt{\frac{4m^* k_1}{1 + (\pi/\ln \eta)^2}}, \quad \gamma_t = \gamma_n \quad (\text{減衰を考慮するとき}). \quad (4)$$

ばね定数は圧縮の履歴によって変化する。履歴変数として最大重なり  $\delta_{\text{max}}$  を保存する。

塑性限界の定義次式で非線形化限界を与える。

$$\delta_{\text{max}}^{\text{lim}} = \frac{k_2^{\text{max}}}{k_2^{\text{max}} - k_1} 2\phi_F R^* \quad (5)$$

アンロードばね定数  $k_2$

$$k_2 = \begin{cases} k_2^{\text{max}} & (\delta_{\text{max}} \geq \delta_{\text{max}}^{\text{lim}}) \\ k_1 + \frac{k_2^{\text{max}} - k_1}{\delta_{\text{max}}^{\text{lim}}} \delta_{\text{max}} & (\delta_{\text{max}} < \delta_{\text{max}}^{\text{lim}}) \end{cases} \quad (6)$$

ヒステリシス弾塑性力

$$f_{\text{tmp}} = k_2(\delta - \delta^\dagger) + k_1 \delta^\dagger, \quad \delta^\dagger = \begin{cases} \delta_{\text{max}}^{\text{lim}} & (\delta_{\text{max}} \geq \delta_{\text{max}}^{\text{lim}}) \\ \delta_{\text{max}} & (\delta_{\text{max}} < \delta_{\text{max}}^{\text{lim}}) \end{cases}$$

とおき、履歴曲線と粘着ばね（剛性  $k_c = \kappa k_1$ ）を組み合わせる

$$f_{\text{hys}} = \begin{cases} k_1 \delta & (f_{\text{tmp}} \geq k_1 \delta) \\ f_{\text{tmp}} & (k_1 \delta > f_{\text{tmp}} \geq -k_c \delta) \\ -k_c \delta & (f_{\text{tmp}} < -k_c \delta) \end{cases} \quad (7)$$

を与える。最後のケースでは  $\delta_{\text{max}} \leftarrow \frac{k_2 + k_c}{k_2 - k_1} \delta$  と更新し、塑性ループを閉じる。

正規方向合力相対正規速度  $v_n$  を用いて

$$F_{\text{damp}} = -\gamma_n v_n, \quad (8)$$

$$F_n = f_{\text{hys}} + F_{\text{damp}} + f_{\text{adh}}. \quad (9)$$

オプション *limitForce* が真かつ  $k_c = f_{\text{adh}} = 0$ ,  $F_n < 0$  なら  $F_n \leftarrow 0$  とする。

履歴の更新接触継続中は

$$\delta_{\text{max}} \leftarrow \max(\delta_{\text{max}}, \delta), \quad (10)$$

接触終了時（粒子分離）には  $\delta_{\text{max}} \leftarrow 0$  として履歴をリセットする。

力の適用接線単位ベクトル  $\mathbf{e}_n = (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)/r$  を用いて

$$\mathbf{F}_i = F_n \mathbf{e}_n, \quad \mathbf{F}_j = -\mathbf{F}_i. \quad (11)$$

壁相手なら反作用を壁へ与えず粒子側のみ更新する。

本モデルは (i) 履歴依存ばね定数, (ii) 可変限界  $\delta_{\text{max}}^{\text{lim}}$  に基づく非線形硬化, (iii) 粘着ばねと引張力, (iv) 速度比例減衰, を組み合わせ、実粒子の弾塑性挙動とエネルギー散逸を簡潔に再現する。