ヒステリシス非線形モデル 2 の数式解説（normal_model_hysteretic_nonlinear2.h）

Open DEM Japan

2025 年 6 月 29 日

粒子間または粒子–壁間の正規方向相互作用を，指数型硬化則と履歴依存塑性を併せ持つヒステリシス弾 - 塑性モデルで表わす。以下では圧縮方向を正とし，$\delta > 0$ が重なり量である。

■幾何・有効量　粒子半径 R_i, R_j，質量 m_i, m_j から

$$R^* = \begin{cases} \dfrac{R_i R_j}{R_i + R_j} & \text{(粒子対)} \\ R_i & \text{(粒子–壁)} \end{cases}, \qquad m^* = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}. \tag{1}$$

■材料パラメタ（入力）

$$k_\mathrm{e},\ k_\mathrm{c} = k_\mathrm{cin}\, A_2,\ f_\mathrm{adh},\ \alpha,\ C_\mathrm{in},\ A_1, A_2, A_3,\ \phi_F,\ C_\mathrm{rest}, \qquad \lambda = \exp\!\left(\tfrac{1}{2} C_\mathrm{rest}\right).$$

ここで k_e は名目弾性ばね定数，λk_e が最大アンロードばね定数 k_2^max。

■履歴変数（接触ごと）　$\delta_\mathrm{max}, \delta_0, k_1, \delta_{0,\mathrm{old}}, k_{1,\mathrm{old}}, \delta_\mathrm{min}, \beta, f_0$ を保持する。接触終了時にすべて 0 に初期化する。

■ばね定数更新則

$$k_1 = A_1 \delta_\mathrm{max} + A_2, \tag{2}$$
$$k_2 = A_3\, k_1, \tag{3}$$
$$k_2^\mathrm{max} = \lambda\, k_\mathrm{e}. \tag{4}$$

■塑性戻り点と指数係数　アンロード開始時（$\dot{\delta} < 0$）に

$$\delta_0 = (1 - k_{1,\mathrm{old}}/k_2)\, \delta_\mathrm{max}, \tag{5}$$
$$\beta = \frac{\ln\!\left(\alpha k_{1,\mathrm{old}} (\delta_\mathrm{max} - \delta_{0,\mathrm{old}})^2 / C_\mathrm{in} / k_2 + 1\right)}{\delta_\mathrm{max} - \delta_0}, \tag{6}$$
$$\delta_\mathrm{min} = \frac{\beta (k_2 - k_{1,\mathrm{old}})}{\beta k_2 + k_\mathrm{c}}\, \delta_\mathrm{max}. \tag{7}$$

■ヒステリシス弾 - 塑性力 f_hys

$$f_\mathrm{hys}(\delta) = \begin{cases} C_\mathrm{in} k_2 \left[\exp\!\big(\beta(\delta - \delta_0)\big) - 1\right] & (\delta \le \delta_0) \\ \alpha k_1 (\delta - \delta_0)^2 + f_0 & (\delta > \delta_0) \end{cases} \quad \text{(載荷)}$$

$$
f_{\mathrm{hys}}(\delta) = \begin{cases} C_{\mathrm{in}} k_2 \left[\exp\!\big(\beta(\delta-\delta_0)\big) - 1\right] + \dfrac{(\delta-\delta_0) f_{0,\mathrm{old}}}{\delta_{\max}-\delta_0} & (\delta \geq \delta_0) \\ C_{\mathrm{in}} k_2 \left[\exp\!\big(\beta(\delta-\delta_0)\big) - 1\right] & (\delta_{\min} \leq \delta < \delta_0) \\ -k_{\mathrm{c}}\,\delta & (\delta < \delta_{\min}) \end{cases} \quad \text{（アンロード）}
$$

■粘性減衰係数　相対正規速度 v_n による減衰項は

$$
\gamma_n = \sqrt{\frac{5}{4}}\sqrt{\frac{4m^*\alpha k_1}{(\ln e)^2+\pi^2}}\,\big(\delta^{1/2} + {\delta_0}^{1/2}\big) \quad \text{（載荷）}, \tag{8}
$$

$$
\gamma_n = 10^{-3}\sqrt{\frac{5}{4}}\sqrt{\frac{4m^*\alpha k_{1,\mathrm{old}}}{(\ln e)^2+\pi^2}}\,\delta^{-1/4} \quad \text{（アンロード）}, \tag{9}
$$

$$
F_{\mathrm{damp}} = -\gamma_n\, v_n. \tag{10}
$$

■正規方向合力

$$
F_n = f_{\mathrm{hys}}(\delta) + F_{\mathrm{damp}} + f_{\mathrm{adh}}. \tag{11}
$$

オプションで「負荷制限」を有効にすると，$k_{\mathrm{c}} = f_{\mathrm{adh}} = 0$ かつ $F_n < 0$ の場合に F_n を 0 とする。

■履歴更新規則　載荷段階では $\delta_{\max} \leftarrow \max(\delta_{\max}, \delta)$ とし，アンロード開始時に $k_{1,\mathrm{old}} \leftarrow k_1$，$\delta_{0,\mathrm{old}} \leftarrow \delta_0$，$f_{0,\mathrm{old}} \leftarrow f_0$ を保存する。

■まとめ　非線形モデル 2 は指数型硬化と可変アンロード曲線によって，(1) 大変形時の剛性増大，(2) 可逆・不可逆塑性の区別，(3) 付着・引張挙動の取り込み，(4) 履歴依存のエネルギ散逸，を同時に記述するため，高精度な粒子材料応答の再現が可能となる。