

”Hooke/Hysteresis 法線接触モデル” の数式解説 (“normal_model_hooke_hysteresis.h”)

Open DEM Japan

2025年6月29日

Hooke/Hysteresis モデルは、線形ばね - 粘性減衰を基礎としつつ

1. 最大重なり δ_{\max} に比例して増加する副荷重剛性 k_2 ,
2. 副荷重剛性の上限 $k_{2,\max}$,
3. 接着剛性 k_c と塑性深さ係数 ϕ_F ,
4. 弾塑性履歴によるヒステリシス,

を取り入れた非対称荷重 - はく離モデルである。球半径 R_i, R_j (壁の場合は $R_j \rightarrow \infty$), 重なり $\delta > 0$ とする。

■弾性基準剛性 Landry 式を用いた線形ばね剛性

$$k_n = \frac{16}{15} E_{\text{eff}} \sqrt{r_{\text{eff}}} \left(\frac{15 m_{\text{eff}} v_c^2}{16 E_{\text{eff}} \sqrt{r_{\text{eff}}}} \right)^{1/5}, \quad (1)$$

$$r_{\text{eff}} = \begin{cases} \frac{R_i R_j}{R_i + R_j} & (\text{粒子対}) \\ R_i & (\text{粒子 - 壁}) \end{cases}, \quad v_c: \text{特性速度.}$$

■副荷重剛性の進展 最大重なり δ_{\max} を更新し、塑性深さ

$$\delta_{\text{lim}} = \frac{k_{2,\max}}{k_{2,\max} - k_n} \phi_F (2r_{\text{eff}}), \quad (2)$$

を定義する。ここで

$$k_{2,\max} = k_n k_{n \rightarrow k_2}^{\max}, \quad k_{n \rightarrow k_2}^{\max} = \text{入力係数.} \quad (3)$$

$$k_2 = \begin{cases} k_n + (k_{2,\max} - k_n) \frac{\delta_{\max}}{\delta_{\text{lim}}} & (\delta_{\max} < \delta_{\text{lim}}) \\ k_{2,\max} & (\delta_{\max} \geq \delta_{\text{lim}}) \end{cases} \quad (4)$$

副荷重剛性は δ_{\max} が増えるにつれ線形に増加し、上限で飽和する。

■接着剛性

$$k_c = k_n k_{n \rightarrow k_c}, \quad k_{n \rightarrow k_c}: \text{入力係数,} \quad (5)$$

とする (荷重無効域で引張を担う)。

■ヒステリシス力 現在の弾性重なり δ での弾 - 塑性力は

$$F_{\text{hys}} = \begin{cases} k_n \delta & (F_{\text{tmp}} \geq k_n \delta) \\ F_{\text{tmp}} & (-k_c \delta < F_{\text{tmp}} < k_n \delta) \\ -k_c \delta & (F_{\text{tmp}} \leq -k_c \delta) \end{cases} \quad (6)$$

$$F_{\text{tmp}} = k_2(\delta - \delta_{\text{max}}) + k_n \delta_{\text{max}}, \quad (7)$$

ただし δ_{max} は式 (4) に従い更新される。負の接触力領域（引張）の拡大に伴い δ_{max} が再更新されることで履歴ループが形成される。

■粘性減衰 乾式 Hooke と同様に回復係数 $\ln e$ （乾式）または Stokes 数（粘性）に基づき

$$\gamma_n = \sqrt{\frac{4 m_{\text{eff}} k_n e_{\log}^2}{e_{\log}^2 + \pi^2}}, \quad \gamma_t = \begin{cases} \gamma_n & (\text{接線減衰 ON}) \\ 0 & (\text{OFF}) \end{cases}, \quad (8)$$

減衰力

$$F_{\text{damp}} = -\gamma_n v_n \quad (9)$$

を加える。

■総法線力

$$F_n = F_{\text{hys}} + F_{\text{damp}}, \quad (10)$$

負値を禁止したい場合は $F_n \leftarrow \max(F_n, 0)$ 。

■指数と特徴 本モデルは線形ばねを基礎とするため

$$n = 1 \quad (11)$$

であるが、 δ_{max} 依存の k_2 により荷重 - はく離曲線の傾斜が変化し、付着引張域までを含む非対称ヒステリシスループを再現する。