

”Hooke/Break 法線接触モデル” の数式解説 (“normal_model_hooke_break.h”)

Open DEM Japan

2025年6月29日

Hooke/Break モデルは線形ばね（重なり一次）と Rayleigh 型減衰を基礎に、

- 速度依存の可変係数回復係数（乾式／粘性モード）、
- ユーザ指定の剛性比 k_t/k_n 、
- 衝突 - 破損判定用履歴量 ($\delta_{\max}, F_{\max}, e_{\text{imp}}$)

を組み込んだ拡張版である。以下では球体どうし（または球 - 壁）を対象とし、プログラムに対応する主要式を示す。

■有効半径

$$r_{\text{eff}} = \begin{cases} \frac{R_i R_j}{R_i + R_j} & (\text{粒子 - 粒子}) \\ R_i & (\text{粒子 - 壁}) \end{cases} \quad (1)$$

■線形ばね剛性 Landry らの経験式を用い

$$k_0 = \frac{16}{15} E_{\text{eff}} \sqrt{r_{\text{eff}}}, \quad (2)$$

$$k_n = k_0 \left(\frac{m_{\text{eff}} v_c^2}{k_0} \right)^{0.2}, \quad (3)$$

を採用する (v_c は特性速度, 指数 $0.2 = 1/5$)。接線ばねは

$$k_t = \kappa k_n, \quad (4)$$

で与えられ, 既定 $\kappa = 2/7$ をユーザが変更できる。

■回復係数と減衰係数 乾式モード（デフォルト）では回復係数 e の常用対数 e_{\log} を直接与え

$$\gamma_n = \sqrt{\frac{4 m_{\text{eff}} k_n e_{\log}^2}{e_{\log}^2 + \pi^2}}, \quad (5)$$

とする。

粘性モードでは Stokes 数

$$\text{St} = \frac{m_{\text{eff}} v_n}{6\pi\mu r_{\text{eff}}^2}$$

を用いて

$$e_{\log} = \ln e_{\max} + \frac{C_{\text{Stc}}}{\text{St}}, \quad (6)$$

と置き、式 (5) に代入する。接線減衰はフラグにより

$$\gamma_t = \begin{cases} \gamma_n & (\text{接線減衰 ON}) \\ 0 & (\text{OFF}) \end{cases} . \quad (7)$$

■法線力

$$F_n = k_n \delta_n - \gamma_n v_n, \quad (8)$$

負の反発を防ぎたい場合は $F_n \leftarrow \max(F_n, 0)$ とする (`limitForce`).

■履歴量 (破損判定用) 接触ごとに

$$\delta_{\max} = \max(\delta_{\max}, \delta_n), \quad F_{\max} = F_n, \quad e_{\text{imp}} = \frac{1}{2} v_n^2$$

を保存し、外部の破損判定ロジックで利用する。

■指数と特徴 線形ばねのため応力-重なり指数は

$$n = 1, \quad (9)$$

すなわち $F_{\text{弾性}} \propto \delta_n$ である。Hooke/Break モデルは式 (1) - (9) を各タイムステップで評価し、

- 速度・粘度依存の回復係数 (式 (6)),
- 任意の接線 - 法線剛性比 (式 (4)),
- 回復係数に基づく減衰 (式 (5)),
- 衝突履歴の追跡

を通じて破損判定を補助する動的接触応答を提供する。