

# ”Hertz/Wet 法線接触モデル” の数式解説 (“normal\_model\_hertz\_wet.h”)

Open DEM Japan

2025年6月29日

Hertz/Wet モデルは乾式 Hertz 接触式を基礎に,

1. レイリー型減衰による速度依存損失,
2. 弾性エネルギーと散逸エネルギーの逐次積算 (オプション),
3. 結合粒子との重なり無効化 (オプション)

を追加した拡張版である. 以下にモデル内で用いられる主要式をまとめる.

## ■接触幾何と有効量

$$r_{\text{eff}} = \begin{cases} \frac{R_i R_j}{R_i + R_j} & (\text{粒子 - 粒子}) \\ R_i & (\text{粒子 - 壁}) \end{cases} \quad (1)$$

$$a = \sqrt{r_{\text{eff}} \delta_n} \quad (2)$$

## ■弾性係数

$$S_n = 2 Y_{\text{eff}} \sqrt{r_{\text{eff}} \delta_n} \quad (3)$$

$$S_t = 8 G_{\text{eff}} \sqrt{r_{\text{eff}} \delta_n} \quad (4)$$

## ■接触剛性

$$k_n = \frac{4}{3} Y_{\text{eff}} \sqrt{r_{\text{eff}} \delta_n}, \quad k_t = S_t \quad (5)$$

## ■減衰係数

$$\gamma_n = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta_{\text{eff}} \sqrt{S_n m_{\text{eff}}}, \quad (6)$$

$$\gamma_t = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta_{\text{eff}} \sqrt{S_t m_{\text{eff}}} \quad (\text{接線減衰を用いる場合}) \quad (7)$$

## ■法線力

$$F_n = k_n \delta_n - \gamma_n v_n, \quad (8)$$

必要に応じて  $F_n \geq 0$  へ切り上げる (limitForce フラグ).

■弾性ポテンシャル (オプション)

$$U_n = \frac{2}{5} k_n \delta_n = \frac{8}{15} Y_{\text{eff}} r_{\text{eff}}^{1/2} \delta_n^{5/2} \quad (9)$$

が積算され、履歴変数 `elastic_potential_normal` に保持される.

■散逸エネルギー (オプション)

$$E_{\text{diss}} = \int \gamma_n v_n^2 dt \quad (10)$$

が粒子または壁の `dissipated_energy` フィールドに累積される.

■加熱モード (オプション) 減衰エネルギー  $-\gamma_n v_n^2 \Delta t$  を熱発生量  $P_{\text{diss}}$  として積算し,

$$P_{\text{diss}} \longrightarrow \begin{cases} \text{壁への熱流束 tally\_pw} & (\text{粒子 - 壁}) \\ \text{粒子対 tally\_pp} & (\text{粒子 - 粒子}) \end{cases}$$

へ振り分ける.

■まとめ 式 (1) - (10) により, Hertz/Wet モデルは

- $\delta_n^{3/2}$  に比例する非線形弾性力 (式 (8) 内の  $k_n$ ),
- Rayleigh 型減衰による速度依存損失 (式 (6), (8)),
- エネルギー項のオンライン積算 (式 (9), (10)),
- ボンド接触無効化や力制限などの条件分岐

を統合し, 乾式 Hertz を基礎としつつ濡れ・粘性効果やエネルギー収支解析を可能とする.