

”Hertz/Break 法線接触モデル” の数式解説 (“normal_model_hertz_break.h”)

Open DEM Japan

2025年6月29日

Hertz/Break モデルは基本的な Hertz 接触力に

- 衝突 - 破損判定用履歴量 (最大重なり δ_{\max} · 最大力 F_{\max} · 衝撃エネルギー e_{imp}),
- シブリング (双子) 接触の力制限 (縮尺係数 c_f)

を追加した拡張版である。以下に主要式を列挙する。

■接触幾何と有効量

$$r_{\text{eff}} = \begin{cases} \frac{R_i R_j}{R_i + R_j} & (\text{粒子 - 粒子}) \\ R_i & (\text{粒子 - 壁}) \end{cases} \quad (1)$$

■Hertz 弾性ばね

$$k_n = \frac{4}{3} E_{\text{eff}} \sqrt{r_{\text{eff}} \delta_n}, \quad k_t = 8 G_{\text{eff}} \sqrt{r_{\text{eff}} \delta_n} \quad (2)$$

■Rayleigh 型減衰

$$\gamma_n = -2\sqrt{\frac{5}{6}} \beta_{\text{eff}} \sqrt{2E_{\text{eff}} m_{\text{eff}} \sqrt{r_{\text{eff}} \delta_n}}, \quad \gamma_t = \begin{cases} \gamma_n & (\text{接線減衰を有効}) \\ 0 & (\text{無効}) \end{cases} \quad (3)$$

■双子接触の重なり縮尺 兄弟粒子同士が同時に壁に衝突するときは

$$\delta_n^* = \begin{cases} \delta_n & (\delta_n \leq \delta_s) \\ \delta_s + c_f (\delta_n - \delta_s) & (\delta_n > \delta_s) \end{cases}, \quad (4)$$

を用いて計算する。ここで δ_s は履歴変数 `siblingDeltaMax`, c_f は `collisionFactor` ($0 < c_f < 1$) である。【双子接触以外では $\delta_n^* = \delta_n$ 】

■法線力

$$F_n = k_n \delta_n^* - \gamma_n v_n, \quad (5)$$

負の反発を防ぐ場合は $F_n = \max(F_n, 0)$ とする。

■履歴更新 (破損判定用) 新しい接触が生じた瞬間 ($\delta_{\max} = 0$ のとき)

$$\delta_{\max} \leftarrow \delta_n, \quad e_{\text{imp}} = \frac{1}{2} v_n^2, \quad (6)$$

を記録する。以後は

$$\delta_{\max} \leftarrow \max(\delta_{\max}, \delta_n), \quad F_{\max} \leftarrow F_n, \quad \mathbf{e}_n = (e_x, e_y, e_z)$$

として最大値を保持し、後段の破損判定（別モジュール）で利用する。

■力の適用

$$\mathbf{F}_i = F_n \mathbf{e}_n, \quad \mathbf{F}_j = -\mathbf{F}_i \quad (\text{壁の場合は } \mathbf{F}_j = \mathbf{0}) \quad (7)$$

とし、計算ループ内で逐次加算する。ここで $\mathbf{e}_n = \frac{\mathbf{r}_{ij}}{\|\mathbf{r}_{ij}\|}$ は単位法線ベクトルである。

■まとめ 式 (1) - (7) によって Hertz/Break モデルは

$$F_n \propto \delta_n^{3/2} \quad (\text{Hertz})$$

に Rayleigh 減衰と双子接触補正を加え、さらに $\{\delta_{\max}, F_{\max}, e_{\text{imp}}\}$ を履歴として保存する。これら履歴量は粒子破壊あるいは壁損傷モデルと組み合わせることで「一定以上の衝撃・応力を受けた接触を破壊する」判定の入力として利用される。