

# ”C2 逐次荷重 - 履歴モデル” の数式解説 (“normal\_model\_c2.h”)

Open DEM Japan

2025年6月29日

微小重なり  $\delta$  を持つ球体同士（または球 - 壁）が時間発展する際、C2 モデルは弾 - 塑性履歴と粘性減衰を結合しヒステリシスを表現する。以下ではプログラムに実装された演算を逐次式で示す。

■状態更新量 時刻  $t$  における最大重なりを

$$\delta_{\max}(t) = \max_{0 \leq t' \leq t} \delta(t') \quad (1)$$

と定義する。前回の降伏点  $\delta_0$  および剛性  $k_1$  は履歴変数として保持される。

■主荷重剛性 現在の  $\delta_{\max}$  が更新されると

$$k_1 = A_1 \delta_{\max} + A_2, \quad (2)$$

が再計算される（初回荷重では  $k_1 = A_2$ ）。

■副荷重剛性 降下過程では

$$k_2 = A_3 k_1, \quad (3)$$

が用いられる。

■塑性シフトと指数係数 降下点の水平シフト

$$\delta_0 = \left(1 - \frac{k_1^{\text{old}}}{k_2}\right) \delta_{\max}, \quad (4)$$

指数係数

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{\alpha k_1^{\text{old}}}{C_{\text{in}} k_2} (\delta_{\max} - \delta_0^{\text{old}})^2 + 1\right)}{\delta_{\max} - \delta_0}, \quad (5)$$

が内部に保持される。

■弾 - 塑性履歴力 上昇（再荷重）区間では

$$F_{\text{hys}} = \alpha k_1 (\delta - \delta_0)^2 H(\delta - \delta_0), \quad (6)$$

下降（はく離）区間では

$$F_{\text{hys}} = C_{\text{in}} k_2 [\exp(\beta(\delta - \delta_0)) - 1] H(\delta - \delta_0), \quad (7)$$

となる。ただし  $H(\cdot)$  はヘヴィサイド関数。

■粘性減衰 有効質量  $m_{\text{eff}}$ , 法線相対速度  $v_n$ , 回復係数の常用対数表示  $e_{\log}$  に対し

$$\gamma_n = \sqrt{\frac{5}{4}} \sqrt{\frac{4m_{\text{eff}}}{1 + (\pi/e_{\log})^2}} \sqrt{\alpha k_1} \delta^{1/4}, \quad (8)$$

が用いられ, 減衰力は

$$F_{\text{damp}} = -\gamma_n v_n. \quad (9)$$

■総和力 定数引張力  $F_0$  を含めた総法線力は

$$F_n = F_{\text{hys}} + F_{\text{damp}} + F_0. \quad (10)$$

負の反発を許容しない場合は  $F_n \geq 0$  に制限される.

■接触指数 本モデルは重なり - 応力指数

$$n = 1 \quad (11)$$

を持ち,  $F_{\text{hys}} \propto \delta^2$  の二次依存と履歴追跡によって荷重 - はく離曲線のヒステリシスループを模倣する.