

SJKR 粘着モデルの数式解説 (cohesion_model_sjkr.h)

Open DEM Japan

2025年6月29日

二つの球状粒子 i, j (半径 R_i, R_j , 中心間距離 r) が接触するとき, 接触円半径 a は幾何学から

$$a^2 = -\frac{(r - R_i - R_j)(r + R_i - R_j)(r - R_i + R_j)(r + R_i + R_j)}{4r^2} \quad (1)$$

で与えられる. 球と平面壁の場合は

$$a^2 = R_i^2 - r^2 \quad (2)$$

とみなす (ただし r は球中心から壁までの距離). 接触円面積は

$$A_c = \pi a^2 \quad (3)$$

である.

■**付着エネルギー密度** 粒子型対 (i, j) に固有の表面エネルギー密度 w_{ij} を定める. SJKR (Simplified JKR) モデルでは, ヤング率やポアソン比による弾性変形効果を見捨てる, 付着力を

$$F_{\text{coh}} = -w_{ij} A_c \quad (4)$$

として直接接触面積に比例させる (符号 “-” は引力を表す).

■**粒子への作用力** 法線単位ベクトル $\mathbf{n} = (\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)/r$ を用い,

$$\mathbf{F}_i = F_{\text{coh}} \mathbf{n}, \quad \mathbf{F}_j = -\mathbf{F}_i \quad (5)$$

と加える. 球 - 壁では \mathbf{F}_j は壁に吸収される. オプション `tangential_reduce` が真ならば \mathbf{F}_i の接線成分は除外され, 法線方向のみを残す.

■**特徴** 式 (4) は JKR 理論の “粘着エネルギー = 常数” 成分に相当し, 弾性圧縮や変位を要さないため計算負荷が極めて低い. 破断条件やヒステリシスを含まない純粋な面積比例モデルであり, 接触半径 a は幾何学から逐次更新される.