

# 粘性毛管ボンドモデルの数式解説 (cohesion\_model\_easo\_capillary\_viscous.h)

Open DEM Japan

2025年6月29日

二つの球状粒子  $i, j$  (半径  $R_i, R_j$ , 質量  $m_i, m_j$ ) 間に液架橋が形成される場合を考える。粒子中心間距離を  $r$ , 表面張力を  $\gamma$  とする。

## ■基本幾何と間隙

$$R_{\max} = \max(R_i, R_j), \quad s = r - (R_i + R_j), \quad \delta = \frac{s}{R_{\max}} \quad (1)$$

$\delta > 0$  は離間,  $\delta < 0$  は重なりを表す。

## ■粒子表面の液体量と橋体積 各粒子の表面液含有率 $\varepsilon_i$ (体積百分率) を用いて

$$V_i = \frac{4\pi}{3} R_i^3 \varepsilon_i, \quad V_j = \frac{4\pi}{3} R_j^3 \varepsilon_j \quad (2)$$

と定義する。橋を構成する液体は表面上に均等に分布していると仮定し、投影幾何から

$$V_{i,b} = \frac{1}{2} V_i \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{R_j^2}{(R_i + R_j)^2}} \right), \quad V_{j,b} = \frac{1}{2} V_j \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{R_i^2}{(R_i + R_j)^2}} \right) \quad (3)$$

となる。橋全体の体積と無次元橋長を

$$V_b = V_{i,b} + V_{j,b}, \quad \ell = \frac{V_b}{R_{\max}^3} \quad (4)$$

で定める。

## ■有効半径・接触角

$$R_{\text{eff}} = \frac{R_i R_j}{R_i + R_j}, \quad \theta_{\text{eff}} = \frac{1}{2}(\theta_i + \theta_j) \quad (5)$$

## ■キャピラリ係数 (Soulié 2006)

$$\begin{aligned} A &= -1.1 \ell^{-0.53}, \\ B &= [-0.148 \ln \ell - 0.96] \theta_{\text{eff}}^2 - 0.0082 \ln \ell + 0.48, \\ C &= 0.0018 \ln \ell + 0.078. \end{aligned} \quad (6)$$

## ■キャピラリ吸引力

$$F_{\text{cap}} = -\pi \gamma \sqrt{R_i R_j} \left\{ \exp(A \delta + B) + C \right\} \quad (7)$$

■粘性抵抗力 (Nase 2008) 動粘性係数を  $\mu$ , 最小隙間比を  $\lambda_{\min}$  とする. 法線相対速度  $v_n$  に対して

$$F_{\text{vis},n} = -6\pi\mu R_{\text{eff}} \frac{v_n}{\max(\lambda_{\min}, s/R_{\text{eff}})} \quad (8)$$

接線相対速度  $v_{\text{tr}}$  には

$$\mathbf{F}_{\text{vis},t} = -6\pi\mu R_{\text{eff}} \left[ 0.5333 \ln \frac{1}{\max(\lambda_{\min}, s/R_{\text{eff}})} + 0.9588 \right] \mathbf{v}_{\text{tr}} \quad (9)$$

■合力・合トルクの表式

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j}{r}, \quad \mathbf{F} = (F_{\text{cap}} + F_{\text{vis},n})\mathbf{n} + \mathbf{F}_{\text{vis},t} \quad (10)$$

$$\mathbf{T}_i = -R_i \mathbf{n} \times \mathbf{F}_{\text{vis},t}, \quad \mathbf{T}_j = -R_j \mathbf{n} \times \mathbf{F}_{\text{vis},t} \quad (11)$$

■破断条件と最大隙間 橋は

$$s_{\text{max}} = (1 + 0.5\theta_{\text{eff}}) V_b^{1/3} \quad (12)$$

もしくはユーザー指定の  $s/(R_i + R_j) \geq \text{ratio}_{\text{max}}$  に達すると破断し, 液体は体積比  $\frac{1}{1 + (R_j/R_i)^3}$  で各粒子へ再分配される.

■粘弾結合自由度削減オプション フラグ `tangential_reduce` が真の場合,  $\mathbf{F}_{\text{vis},t}$  は減衰せず, 法線成分のみが  $F_{\text{cap}}$  とともに  $\mathbf{F}$  に加わる.

■まとめ 本モデルはキャピラリ吸引力 (Soulié 近似) と表面粘性抵抗 (Nase 近似) を組み合わせ, 橋長  $\ell$  と隙間比  $\delta$  に基づいて毛管 - 粘性相互作用を評価する. 橋の生成・破断に伴う液体移動は粒子表面の液含有率で連続的に管理され, DEM における湿潤粒子系の力学挙動と液体分配を同時に再現できる.