

# Sauter 平均径の数式解説 (compute\_sauter\_diameter.cpp)

Open DEM Japan

2025 年 6 月 30 日

粒子集合  $\mathcal{P}$  に対し、各粒子  $i \in \mathcal{P}$  の体積を  $V_i$ 、表面積を  $A_i$  とする。Sauter 平均径 (Sauter Mean Diameter, SMD) は、表面積と体積の比から球等価径を定義し、それを粒子集合で平均した量である。まず、各粒子の球等価径  $d_i$  を

$$d_i = \frac{6V_i}{A_i} \quad (1)$$

と定義する。ここで係数 6 は球の場合

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad A = 4\pi r^2$$

を用いて  $d = 2r = \frac{6V}{A}$  が成り立つことから導かれる。式 (??) は球形粒子に限らず任意形状 (本計算ではスーパークワドリック) に適用でき、その粒子が表面積当たりでどの程度の体積を保持するかを球径で表現している。

粒子集合  $\mathcal{G} \subseteq \mathcal{P}$  (group 指定に対応) に含まれる粒子数を  $N_G$  とすると、Sauter 平均径  $\bar{d}_{32}$  は

$$\bar{d}_{32} = \frac{1}{N_G} \sum_{i \in \mathcal{G}} \frac{6V_i}{A_i} \quad (2)$$

で与えられる。式 (??) は各粒子の球等価径を単純平均しているため、個々の粒子が持つ体積や質量とは独立に、「1 粒あたりの表面積当たり体積」の代表値を示す。

並列計算環境では、式 (??) の分子・分母を MPI により全プロセスで合計し、 $N_G > 0$  のときにのみ平均を求める。粒子が存在しない場合 ( $N_G = 0$ ) は定義上  $\bar{d}_{32} = 0$  とする。

以上より、compute\_sauter\_diameter.cpp は

$$(1) \text{ 個々の粒子で } d_i = \frac{6V_i}{A_i} \text{ を計算} \implies (2) \text{ 式 (??) に従い平均を取得}$$

という 2 段階で Sauter 平均径を算出している。